

# Ecole Préparatoire en Sciences et Techniques d'Oran

2<sup>ème</sup> année

2011/ 2012

Durée : 1h 45mn

## Devoir surveillé n°1 de probabilité

**Exercice1 :** (Sur 6 points). On lance successivement trois pièces de monnaie et les variables aléatoires X et Y désignent respectivement les nombres de Faces apparues sur les deux premières pièces et le nombre de Piles sur les deux dernières.

1. Déterminer la loi du couple (X, Y), puis les lois marginales de X et Y. Est-ce que X et Y sont indépendantes ?
2. Calculer la covariance de X et Y.

**Exercice2 :** (Sur 6 points). Soit (X, Y) un couple de variables aléatoires dont la loi de probabilité est donnée par :

Y \ X	-1	1
-1	Pq	q <sup>2</sup>
1	Pq	p <sup>2</sup>

1. Trouver une relation entre p et q (Les valeurs p et q sont dans ]0, 1[).
2. Calculer les espérances mathématiques de X et Y, ainsi que leurs variances (en fonction de p et q).
3. Trouver p et q tels que les variables aléatoires X et Y soient indépendantes.
4. Donner le tableau de probabilités conditionnelles de X relativement à Y.

**Exercice3 :** (Sur 8 points). Soit (X, Y) un couple de variables aléatoires de densité conjointe :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{k}{\sqrt{xy}} & , \text{ si } 0 < x \leq y < 1 \\ 0 & , \text{ ailleurs} \end{cases}$$

1. Déterminer la valeur de la constante k. Donner les densités marginales des variables aléatoires X et Y.
2. Est-ce que les variables aléatoires X et Y sont indépendantes ?
3. Trouver la fonction de répartition conjointe du couple (X, Y).
4. Donner la densité conditionnelle de Y sachant que  $X = \frac{1}{2}$ .